

令和 6 年度

入学者選抜学力試験問題

前期日程

数 学

注 意

1. 解答用紙表紙の※印欄は, 受験者が記入すること。
受験番号は, 本学受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。
※印欄以外の箇所には, 受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
2. 問題冊子及び解答用紙は, 「解答始め」の指示があるまで開かないこと。
3. 理学部志願者が解答すべき問題は I, II, III の 3 問題である。
生活環境学部, 工学部志願者が解答すべき問題は IV, V, VI の 3 問題である。
4. 解答は, 別冊子の解答用紙に記入すること。
解答用紙左上の問題番号を確認し, 問題に対応する解答用紙のみに記入すること。
5. 試験終了後, この問題冊子と下書用紙は持ち帰ること。
6. 総ページ数
問題冊子——6 ページ
解答用紙——3 ページ
下書用紙——1 枚

I (理学部)

a, b はともに正の整数とし, $p = a^2 + b + 44$, $q = a^2 + 3b + 1$ とおく. 以下の問いに答えよ.

- (1) q は 3 の倍数ではないことを示せ.
- (2) 2 つの数 p, q の一方は奇数であり, 他方は偶数であることを示せ.
- (3) $pq = 2520$ となる a, b の組をすべて求めよ.

II (理学部)

四角形 ABCD の 3 辺の長さが $AB = BC = CD = 1$ であり, 4 点 A, B, C, D は同一円周上にあるとする. $\angle ABC = \theta$ ($\frac{\pi}{3} < \theta < \pi$) とおく. 以下の問いに答えよ.

- (1) $\angle BCD = \theta$ を示せ.
- (2) AD を θ を用いて表せ.
- (3) 四角形 ABCD の面積 S を θ を用いて表せ. さらに, S の最大値およびそのときの θ の値を求めよ.

III (理学部)

e を自然対数の底とする. $f(x) = xe^{-x^2}$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 不等式 $e^{x^2} \geq 1 + x^2$ が成り立つことを示せ.
- (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ および $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ であることを示せ.
- (3) 関数 $y = f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べ, グラフの概形をかけ.
- (4) $y = f(x)$ のグラフの変曲点のうち, x 座標が正であるものを A, x 座標が負であるものを B とする. $y = f(x)$ のグラフと直線 AB で囲まれる部分の面積を求めよ.

IV (生活環境学部, 工学部)

白球 4 個, 赤球 4 個, 黒球 4 個が入っている袋から, 4 個の球を同時に取り出す. 以下の問いに答えよ.

- (1) 取り出した 4 個の球がすべて同じ色である確率を求めよ.
- (2) 取り出した 4 個の球のうち 3 個以上が同じ色である確率を求めよ.
- (3) 取り出した 4 個の球に白球, 赤球, 黒球がすべて含まれている確率を求めよ.

V (生活環境学部, 工学部)

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = pn^2 + qn + r \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と表されるとする. ただし, p, q, r はすべて正の整数である. 以下の問いに答えよ.

- (1) a_n を求めよ.
- (2) k を 3 以上の奇数とする. すべての正の整数 n について a_n が k の倍数であるとき, p, q, r はすべて k の倍数であることを示せ.

VI (生活環境学部, 工学部)

a を正の実数とする. 座標平面上に関数 $y = -x^2 + 1$ のグラフ F と, 関数 $y = (x - a)^2$ のグラフ G があり, F と G は共有点をもたないものとする. 以下の問いに答えよ.

- (1) F と G が共有点をもたないための, a の条件を求めよ.
- (2) 直線 l が F と点 $(p, -p^2 + 1)$ で接し, さらに G と点 $(q, (q - a)^2)$ で接している. このとき, $p + q$ および $p^2 + q^2$ の値を a を用いて表し, さらに pq の値を求めよ.
- (3) 直線 l が F と点 P で接し, さらに G と点 Q で接している. また, l と異なる直線 m が F と点 R で接し, さらに G と点 S で接している. このとき, 四角形 $PRQS$ の面積を a を用いて表せ.